Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Remédiation – PGCD et PPCM

Plus grand commun diviseur (PGCD)

Utilité du PGCD de deux nombres

Le PGCD de deux nombres permet de rendre irréductible une fraction.

Ex : Pour rendre irréductible la fraction $\frac{12}{18}$, on divise ses deux termes par leur PGCD (6),

on obtient alors la fraction $\frac{2}{3}$.

Rends les fractions irréductibles, puis écris le PGCD des termes de la première fraction.

$\frac{24}{36} = \mathbf{\frac{2}{3}}$, le PGCD de 24 et 36 est **12**

$\frac{16}{24} = \mathbf{\frac{2}{3}}$, le PGCD de 16 et 24 est **8**

$\frac{125}{100} = \mathbf{\frac{5}{4}}$, le PGCD de 125 et 100 est **25**

$\frac{25}{35} = \mathbf{\frac{5}{7}}$, Le PGCD de 25 et 35 est **5**

$\frac{42}{63} = \mathbf{\frac{2}{3}}$, Le PGCD de 42 et 63 est **21**

$\frac{18}{35} = \mathbf{\frac{18}{35}}$, Le PGCD de 18 et 35 est **1**

Une fraction est irréductible si le PGCD de ses termes est **1**. On dit alors que leurs termes sont **premiers entre eux.**

Vérification du PGCD de deux nombres

Vrai ou faux ? Justifie.

Le PGCD de 50 et 75 est 25 **Vrai**

En effet, $\left.\begin{array}{l}\mathbf{50 : 25 = 2} \\ \mathbf{75 : 25 = 3}\end{array}\right\}$ **et 2 et 3 sont premiers entre eux.**

Le PGCD de 56 et 63 est 7 **Vrai**

En effet, $\left.\begin{array}{l}\mathbf{56 : 7 = 8} \\ \mathbf{63 : 7 = 9}\end{array}\right\}$ **et 8 et 9 sont premiers entre eux.**

Le PGCD de 150 et 225 est 25 **Faux**

En effet, $\left.\begin{array}{l}\mathbf{150 : 25 = 6} \\ \mathbf{225 : 25 = 9}\end{array}\right\}$ **mais 6 et 9 ne sont pas premiers entre eux.**

Le PGCD de 63 et 42 est 7 **Faux**

En effet, $\left.\begin{array}{l}\mathbf{63 : 7 = 9} \\ \mathbf{42 : 7 = 6}\end{array}\right\}$ **mais 9 et 6 ne sont pas premiers entre eux.**

Rappel des méthodes de recherche du PGCD

1) Cas particuliers

a) Nombres multiples l'un de l'autre : leur PGCD est le plus petit des 2 nombres.

Ex : le PGCD de 18 et 6 est 6.

b) Nombres premiers entre eux : leur PGCD est 1.

Ex : le PGCD de 8 et 9 est 1.

2) Comparaison des ensembles de diviseurs

Ex : le PGCD de 12 et 18 est 6.
En effet, div 12 = {1,2,3,4,**6**,12} et div 18 = {1,2,3,**6**,9,18}

3) Décomposition en facteurs premiers

Après avoir décomposé chaque nombre en un produit de puissances de facteurs premiers, le PGCD des deux nombres s'obtient en multipliant les facteurs communs, chacun d'eux étant affecté de son plus petit exposant.

Ex : Recherche du PGCD de 120 et 144

$$\left.\begin{array}{l} 120 = 2^3 \,.\, 3 \,.\, 5 \\ 144 = 2^4 \,.\, 3^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{le PGCD de 120 et 144} = 2^3 \,.\, 3 = 24$$

Exercices

Dans chaque cas, trouve d'abord la méthode que tu "dois" utiliser (1a, 1b, 2 ou 3), puis détermine le PGCD. Vérifie mentalement ta solution.

Nombres	Méthode	PGCD
6 et 24	**1a**	**6**
15 et 35	**2**	**5**
6 et 9	**2**	**3**
12 et 5	**1b**	**1**
12 et 48	**1a**	**12**
12 et 16	**2**	**4**
27 et 36	**2**	**9**
44 et 55	**2**	**11**
8 et 27	**1b**	**1**

Nombres	Méthode	PGCD
120 et 180	**3**	**60**
120 et 130	**2**	**10**
60 et 90	**2**	**30**
360 et 132	**3**	**12**
275 et 350	**3**	**25**
58 et 232	**1a**	**58**
64 et 320	**1a**	**64**
512 et 5120	**1a**	**512**
260 et 650	**3**	**130**

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Plus petit commun multiple (PPCM)

Utilité du PPCM de deux nombres

Pour additionner deux fractions, il faut les réduire au même dénominateur. Ce dénominateur est le PPCM des dénominateurs des deux fractions.

Ex : $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}=\frac{9}{12}+\frac{10}{12}=\frac{19}{12}$ Le PPCM de 4 et de 6 est 12.

Additionne les fractions après les avoir réduites au même dénominateur.

$$\frac{2}{9}+\frac{5}{6}=\mathbf{\frac{4}{18}+\frac{15}{18}=\frac{19}{18}}$$

$$\frac{2}{9}+\frac{5}{3}=\mathbf{\frac{2}{9}+\frac{15}{9}=\frac{17}{9}}$$

$$\frac{2}{9}+\frac{5}{8}=\mathbf{\frac{16}{72}+\frac{45}{72}=\frac{61}{72}}$$

$$\frac{5}{24}+\frac{7}{12}=\mathbf{\frac{5}{24}+\frac{14}{24}=\frac{19}{24}}$$

$$\frac{3}{50}+\frac{7}{60}=\mathbf{\frac{18}{300}+\frac{35}{300}=\frac{53}{300}}$$

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{15}=\mathbf{\frac{45}{60}+\frac{8}{60}=\frac{53}{60}}$$

$$\frac{2}{7}+\frac{5}{6}=\mathbf{\frac{12}{42}+\frac{35}{42}=\frac{47}{42}}$$

$$\frac{7}{11}+\frac{1}{6}=\mathbf{\frac{42}{66}+\frac{11}{66}=\frac{53}{66}}$$

$$\frac{1}{24}+\frac{5}{36}=\mathbf{\frac{3}{72}+\frac{10}{72}=\frac{13}{72}}$$

$$\frac{1}{25}+\frac{7}{75}=\mathbf{\frac{3}{75}+\frac{7}{75}=\frac{10}{75}=\frac{2}{15}}$$

Vérification du PPCM de deux nombres

Vrai ou faux ? Justifie.

Le PPCM de 50 et 75 est 150 **Vrai**

En effet, $\left.\begin{array}{l}\mathbf{150 : 50 = 3}\\ \mathbf{150 : 75 = 2}\end{array}\right\}$ **et 3 et 2 sont premiers entre eux.**

Le PPCM de 8 et 12 est 48 **Faux**

En effet, $\left.\begin{array}{l}\mathbf{48 : 8 = 6}\\ \mathbf{48 : 12 = 4}\end{array}\right\}$ **mais 6 et 4 ne sont pas premiers entre eux.**

Le PPCM de 24 et 36 est 72 **Vrai**

En effet, $\left.\begin{array}{l}\mathbf{72 : 24 = 3}\\ \mathbf{72 : 36 = 2}\end{array}\right\}$ **et 3 et 2 sont premiers entre eux.**

Le PPCM de 15 et 20 est 300 **Faux**

En effet, $\left.\begin{array}{l}\mathbf{300 : 15 = 20}\\ \mathbf{300 : 20 = 15}\end{array}\right\}$ **mais 20 et 15 ne sont pas premiers entre eux.**

Rappel des méthodes de recherche du PPCM

1) Cas particuliers

a) Nombres multiples l'un de l'autre : leur PPCM est le plus grand des 2 nombres.

Ex : le PPCM de 18 et 6 est 18.

b) Nombres premiers entre eux : leur PPCM est le produit des 2 nombres.

Ex : le PPCM de 8 et 9 est 72.

2) Comparaison des tables de multiplication

Ex : le PPCM de 12 et 18 est 36.
12, 24, **36**, 48, 60, ... et 18, **36**, 54, 72, 90, ...

3) Décomposition en facteurs premiers

Après avoir décomposé chaque nombre en un produit de puissances de facteurs premiers, le PPCM des deux nombres s'obtient en multipliant tous les facteurs communs ou non, chacun d'eux étant affecté de son plus grand exposant.

Ex : Recherche du PPCM de 120 et 144

$$\left.\begin{array}{l} 120 = 2^3 . 3 . 5 \\ 144 = 2^4 . 3^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{le PPCM de 120 et 144} = 2^4 . 3^2 . 5 = 720$$

Exercices

Dans chaque cas, trouve la méthode que tu "dois" utiliser (1a, 1b, 2 ou 3), puis détermine le PPCM.

Nombres	Méthode	PPCM
6 et 24	**1a**	**24**
6 et 9	**2**	**18**
12 et 48	**1a**	**48**
12 et 16	**2**	**48**
12 et 5	**1b**	**60**
25 et 15	**2**	**75**
27 et 36	**2**	**108**
22 et 33	**2**	**66**
8 et 15	**1b**	**120**

Nombres	Méthode	PPCM
60 et 90	**2**	**180**
120 et 180	**2**	**360**
64 et 320	**1a**	**320**
120 et 225	**3**	**1800**
275 et 350	**3**	**3850**
58 et 232	**1a**	**232**
363 et 484	**3**	**1452**
512 et 5120	**1a**	**5120**
260 et 650	**3**	**1300**

PGCD et PPCM (synthèse)

Pour aborder cette partie de la remédiation, tu dois connaître convenablement les méthodes de détermination du PGCD et du PPCM de deux nombres.

Lien entre le PGCD et le PPCM

Le **PPCM** de deux nombres est le **produit** des deux nombres **divisé** par leur **PGCD**.

Ex : le PPCM de 24 et 36 est 72, en effet $\frac{24.36}{12} = \frac{2.36}{1} = 72$

En utilisant cette technique, détermine les PPCM demandés.

Le PPCM de 12 et 18 = $\frac{12.18}{6} = \frac{2.18}{1} = 36$

Le PPCM de 44 et 55 = $\frac{44.55}{11} = \frac{4.55}{1} = 220$

Le PPCM de 30 et 42 = $\frac{30.42}{6} = \frac{5.42}{1} = 210$

Le PPCM de 100 et 125 = $\frac{100.125}{25} = \frac{4.125}{1} = 500$

Le PPCM de 70 et 84 = $\frac{70.84}{14} = \frac{5.84}{1} = 420$

Recherche de PGCD et de PPCM

Détermine le PGCD et le PPCM des nombres proposés.

Nombres	PGCD	PPCM
12 et 30	**6**	**60**
10 et 15	**5**	**30**
60 et 12	**12**	**60**
8 et 9	**1**	**72**
18 et 27	**9**	**54**
25 et 125	**25**	**125**
15 et 14	**1**	**210**
54 et 63	**9**	**378**
72 et 24	**24**	**72**

Nombres	PGCD	PPCM
32 et 50	**2**	**800**
100 et 150	**50**	**300**
120 et 300	**60**	**600**
80 et 240	**80**	**240**
120 et 250	**10**	**3000**
360 et 180	**180**	**360**
121 et 132	**11**	**1452**
120 et 225	**15**	**1800**
480 et 336	**48**	**3360**

Le nouvel Actimath 2 - Chapitre 3 – Activité 7 p. 68, 9 p. 72 10 p. 75
Le nouvel Actimath 2- Chapitre 3 - Exercices complémentaires - Série A : 14 à 17 p. 78